





*Fractales y caos*



Vicent J. Martínez  
Fernando J. Ballesteros  
Silvestre Paredes

*Fractales y caos*  
*La aventura de la complejidad*



GUADALMAZÁN

*Este libro ha sido premiado en la XXIX convocatoria de los Prismas Casa de las Ciencias a la Divulgación (2016) convocados por los Museos Científicos Coruñeses-Ayuntamiento de A Coruña.*

© VICENT J. MARTÍNEZ, 2017  
© FERNANDO J. BALLESTEROS, 2017  
© SILVESTRE PAREDES, 2017  
© Talenbook, S.L., 2017

Primera edición: octubre de 2017

Reservados todos los derechos. «No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea mecánico, electrónico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del *copyright*.»

Editorial Guadalmazán · Colección Matemáticas  
Director editorial: Antonio Cuesta  
Editor: Óscar Córdoba  
[www.editorialguadalmazan.com](http://www.editorialguadalmazan.com)  
[pedidos@editorialalmuzara.com](mailto:pedidos@editorialalmuzara.com) - [info@editorialalmuzara.com](mailto:info@editorialalmuzara.com)

Síguenos en @AlmuzaraLibros

Imprime: Lince Artes Gráficas

I.S.B.N: 978-84-94608-55-1  
Depósito Legal: CO-1924-2017  
Hecho e impreso en España - *Made and printed in Spain.*

D e d i c a d o a n u e s t r a  
s p a r e j a s  
L a u r a H e r  
m i n i  
a y C h a r i q  
u e l o  
g r a n  
e v  
i t a r q u e n  
u e s t  
r a v i  
d a  
s e a u  
n c  
a o  
s





# ÍNDICE



<i>PREFACIO</i> .....	13
<b>CAPÍTULO 1. LAS NUBES NO SON ESFERAS</b> .....	15
LAS GEOMETRÍA FRACTAL DE LA NATURALEZA .....	16
AUTOSEMEJANZA .....	18
FRACTAL, LA DEFINICIÓN .....	25
MONSTRUOS MATEMÁTICOS .....	27
EL CONJUNTO DE CANTOR .....	27
LA CURVA DE KOCH.....	30
LOS TAPICES DE SIERPINSKI .....	32
CURVAS IMPOSIBLES .....	34
DIMENSIÓN FRACTAL .....	36
<b>CAPÍTULO 2. FRACTALES:</b>	
<b>UNA MIRADA NUEVA AL MUNDO</b> .....	41
FRACTALES POR TODAS PARTES .....	42
LA TEXTURA DEL UNIVERSO.....	43
¿UN UNIVERSO JERÁRQUICO? .....	45
EL PRINCIPIO COSMOLÓGICO .....	48
LA MACROESTRUCTURA CÓSMICA .....	51
DEL RUIDO A LOS PAISAJES FRACTALES .....	55
FRACTALES EN LA FISIOLÓGÍA .....	59
BIODIVERSIDAD EN TODAS LAS ESCALAS .....	66
FRACTALES EN EL LABORATORIO.....	69
JUEGOS DE VIDA .....	70
CURVAS FRACTALES EN EL GENOMA HUMANO.....	78

CAPÍTULO 3. EL EFECTO MARIPOSA .....	79
CAOS CINEMATográfico .....	80
PREDECIR Y CONFIRMAR: LOS SISTEMAS DEL MUNDO .....	80
UN TRIUNFO DE LAS MATEMÁTICAS .....	85
EL EFECTO MARIPOSA .....	89
JUGANDO CON LA CALCULADORA .....	93
EL PROBLEMA DE LOS CONEJOS .....	95
EL NÚMERO DE ORO .....	96
CRECIMIENTO DE POBLACIONES .....	98
ENTENDIENDO EL CAOS .....	100
¿SE EQUIVOCAN LAS CALCULADORAS? .....	102
EL COMPORTAMIENTO COMPLEJO DE LOS MODELOS SENCILLOS .....	105
EL DIAGRAMA DE FEIGENBAUM .....	108
EL ATRACTOR DE LORENZ .....	110
EL CONJUNTO DE MANDELBROT .....	112
REPLICANTES EN LA FRONTERA .....	118
LA LUCHA DE LOS IMANES POR ATRAER AL PÉNDULO .....	120
CAPÍTULO 4. CAOS POR TODAS PARTES .....	125
SISTEMAS COMPLEJOS .....	126
HORMIGAS CAÓTICAS .....	127
CAOS EN LOS GENES .....	129
VIVIR EN LA FRONTERA .....	134
CRITICALIDAD AUTOORGANIZADA .....	135
GENES CRÍTICOS .....	138
EL TRANQUILO Y ENGAÑOSO SISTEMA SOLAR .....	140
VISITA A TATOOINE .....	144
ALL AROUND .....	147
<i>A MODO DE EPÍLOGO: LA GRAN OLA</i> .....	149
<i>BIBLIOGRAFÍA</i> .....	153

## *Prefacio*

Posiblemente uno de los aspectos de las matemáticas contemporáneas que más ha interesado al público en general es la teoría del caos y la espectacular belleza de los fractales, así como su relación con las formas complejas de la naturaleza. El objetivo de este libro es presentar estos conceptos de manera comprensible. Hemos escrito el texto tratando de no perdernos en los detalles ni en la máscara del rigor experto que, en ocasiones, solo conduce a que lectores sin una preparación especializada sean incapaces de comprender la exposición y pierdan, por tanto, las ganas de continuar leyendo.

Galileo Galilei, en su obra *El ensayador*, decía que el libro de la naturaleza estaba escrito en lenguaje matemático. Efectivamente, desde los tiempos de Arquímedes, Pitágoras y Euclides hasta nuestros días, las matemáticas se han utilizado con gran éxito a la hora de describir los fenómenos de la naturaleza, pero hay muchos aspectos de ella que presentan asperezas, irregularidades e incluso formas caóticas que la geometría clásica no puede describir adecuadamente. Los fractales y la teoría del caos han contribuido a revelar de manera sencilla estructuras complejas de la naturaleza que parecían escaparse al lenguaje de las matemáticas tradicionales, desde el plegado del genoma humano hasta la distribución de las galaxias, desde los ritmos cardiacos hasta el movimiento extraño de pequeños satélites en el Sistema Solar.

El primer capítulo del libro está dedicado a introducir el concepto de fractal y el de autosemejanza, revisando los monstruos matemáticos que a finales del siglo XIX y principios del XX introdujeron eminentes matemáticos como Georg Cantor o Helge von Koch. También se explica en este capítulo cómo el genial Benoît Mandelbrot concibió la idea de los fractales, acuñó el término y encontró múltiples aplicaciones para interpretar, haciendo uso de este concepto, la geometría de la naturaleza. Finalmente, se introduce la idea de dimensión fractal, un número que pudiendo ser no entero, caracteriza el modo en que el fractal ocupa el espacio.

En el segundo capítulo se muestran algunas de las múltiples aplicaciones que ha tenido la geometría fractal para describir la complejidad de la naturaleza.

En el tercer capítulo del libro tratamos de plasmar el cambio cualitativo en la historia del pensamiento matemático que significó tomar conciencia de que existen sistemas caóticos y no predecibles, frente a una tradición matemática determinista en la que se creía que el comportamiento de un sistema siempre se podría predecir a partir de la resolución de las ecuaciones que lo gobiernan y del conocimiento de las condiciones iniciales. Un vez introducido el caos, su dinámica se ilustra mediante ejemplos sencillos relacionados con el crecimiento de las poblaciones. En el cuarto y último capítulo presentamos algunos de los fenómenos donde el caos se hace patente, desde el comportamiento de las hormigas hasta el de algunos cuerpos del Sistema Solar.

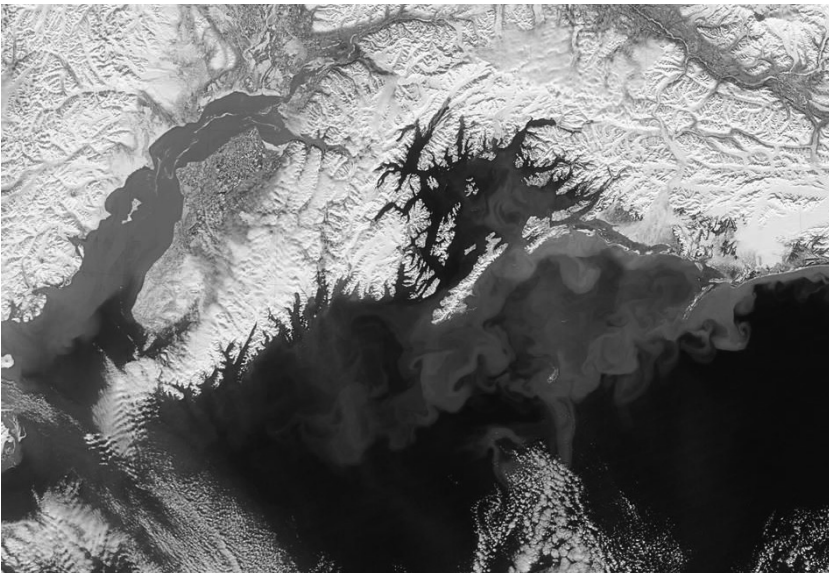
Acabamos el libro con una referencia a la relación entre el arte y los fractales de la mano del sorprendente pintor japonés Katsushika Hokusai. Una ilustración que pone de relieve de modo ejemplar la sencillez de un mundo complejo.

Septiembre de 2016

Los autores

## Capítulo 1

# Las nubes no son esferas



*Imagen del satélite Landsat del Golfo de Alaska. Créditos; NASA/JSC.*

En efecto, las cosas que aparecen nos hacen vislumbrar las cosas no-patentes

ANAXÁGORAS

¿Por qué son bellos los números? Es como preguntar por qué es bella la novena sinfonía de Beethoven. Si no ves por qué, nadie te lo puede decir. Yo sé que los números son bellos. Si no lo son, entonces nada lo es.

PAUL ERDÖS

## Las geometrías fractal de la naturaleza

Con toda seguridad, cuando Isaac Newton (1642-1727) afirma en 1687: «Me he alzado sobre hombros de gigantes», es consciente de que la publicación de *Principios matemáticos de la filosofía natural* significa la culminación de una revolución científica iniciada por Copérnico 144 años antes y que, durante el siglo y medio transcurrido hasta él, figuras tan relevantes como Tycho Brahe (1546-1601), Johannes Kepler (1571-1630) o Galileo Galilei (1564-1642) contribuyeron de forma decisiva al nacimiento de la astronomía y la física modernas. Uno de esos gigantes de la ciencia contemporánea ha sido sin duda Benoît Mandelbrot (1924-2010), un matemático polaco que se formó en Francia y que desarrolló la mayor parte de su carrera científica en prestigiosos centros de Estados Unidos como la Universidad de Yale o el centro de investigación de la multinacional IBM. Mandelbrot es el padre de los fractales, un concepto que ha tenido gran impacto en múltiples disciplinas, además de en matemáticas: física, astronomía, química, biología, fisiología, economía, etc. La visión geométrica de todo lo que nos rodea queda reflejada en la introducción de su libro, publicado en 1982, *La Geometría Fractal de la Naturaleza*, cuando dice «Las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las costas no son círculos, y las cortezas de los árboles no son lisas, ni los relámpagos viajan en línea recta». Sólo dos años después, en la primera conferencia TED de la historia, que tuvo lugar en Monterrey (California) Mandelbrot fue uno de los oradores. En esa misma conferencia se presentó el primer ordenador Macintosh. Mandelbrot habló de la geometría fractal, que es la propia de lo irregular, de las formas quebradas, autosemejantes y aparentemente complejas de los cristales de nieve, de las neuronas, del sistema circulatorio, de los helechos, de las costas, de los ríos y sus afluentes, de los anillos de Saturno o de la distribución de galaxias. Mandelbrot tenía una gran imaginación... Chris Anderson, el responsable de las conferencias TED, dijo cuando murió en 2010 que Mandelbrot era «un icono que había cambiado completamente la manera que tenemos de ver el mundo».